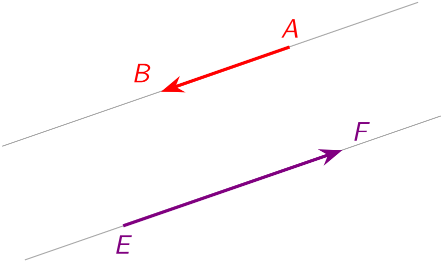
Reconnaître le parallélisme ou l'alignement

Parallélisme et colinéarité

Propriété

Soient A, B, C et D quatre points distincts. Les droites (AB) et (EF) sont parallèles si, et seulement si, les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{EF}$ sont colinéaires.



Exemple : reconnaître deux droites parallèles

On considère les points

$$A(1;1), \quad B(3;2), \quad E(0;-1), \quad F(4;1).$$

Exemple : reconnaître deux droites parallèles

On considère les points

$$A(1;1), \quad B(3;2), \quad E(0;-1), \quad F(4;1).$$

Les droites (AB) et (EF) sont-elles parallèles ?

Exemple : reconnaître deux droites parallèles

On considère les points

$$A(1;1), \quad B(3;2), \quad E(0;-1), \quad F(4;1).$$

Les droites (AB) et (EF) sont-elles parallèles ?
On calcule les coordonnées des vecteurs :

$$\vec{AB} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} 3-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{EF} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} 4-0 \\ 1-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Exemple : reconnaître deux droites parallèles

On considère les points

$$A(1;1), \quad B(3;2), \quad E(0;-1), \quad F(4;1).$$

Les droites (AB) et (EF) sont-elles parallèles ?
On calcule les coordonnées des vecteurs :

$$\vec{AB} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} 3-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{EF} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} 4-0 \\ 1-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Or

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Exemple : reconnaître deux droites parallèles

On considère les points

$$A(1;1), \quad B(3;2), \quad E(0;-1), \quad F(4;1).$$

Les droites (AB) et (EF) sont-elles parallèles ?
On calcule les coordonnées des vecteurs :

$$\vec{AB} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} 3-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{EF} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} 4-0 \\ 1-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Or

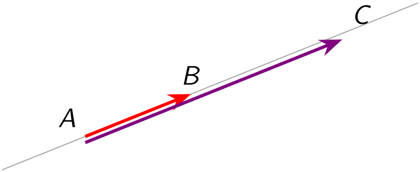
$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{EF}$ sont colinéaires.

$$\boxed{(AB) \text{ et } (EF) \text{ sont parallèles.}}$$

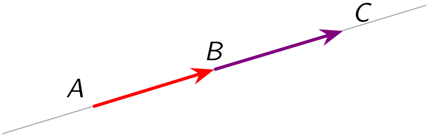
Propriété 1

Trois points A, B, C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires.



Propriété 2

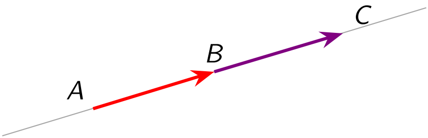
Trois points A, B, C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ sont colinéaires.



Alignement et colinéarité

Propriété 2

Trois points A, B, C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ sont colinéaires.

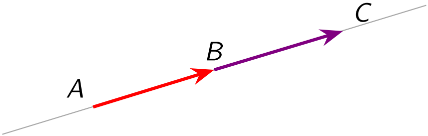


Remarque

Les propriétés 1 et 2 restent valables si l'on remplace l'un des vecteurs, ou les deux, par des vecteurs de sens opposé.

Propriété 2

Trois points A, B, C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ sont colinéaires.



Remarque

Les propriétés 1 et 2 restent valables si l'on remplace l'un des vecteurs, ou les deux, par des vecteurs de sens opposé.

En effet, changer le sens d'un vecteur revient à le multiplier par -1, et cela ne modifie pas la colinéarité.

Exemple : reconnaître trois points alignés

On considère les points

$$A(1;1), \quad B(3;2), \quad C(7;4).$$

Exemple : reconnaître trois points alignés

On considère les points

$$A(1;1), \quad B(3;2), \quad C(7;4).$$

Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Exemple : reconnaître trois points alignés

On considère les points

$$A(1;1), \quad B(3;2), \quad C(7;4).$$

Les points A, B et C sont-ils alignés ?
On calcule les coordonnées des vecteurs :

$$\vec{AB} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} 3-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} 7-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Exemple : reconnaître trois points alignés

On considère les points

$$A(1;1), \quad B(3;2), \quad C(7;4).$$

Les points A, B et C sont-ils alignés ?
On calcule les coordonnées des vecteurs :

$$\vec{AB} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} 3-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} 7-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Or

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Exemple : reconnaître trois points alignés

On considère les points

$$A(1;1), \quad B(3;2), \quad C(7;4).$$

Les points A, B et C sont-ils alignés ?
On calcule les coordonnées des vecteurs :

$$\vec{AB} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} 3-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} 7-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Or

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires.

$$\boxed{A, \ B, \ C \text{ sont alignés.}}$$