

Probabilités



I. Expériences aléatoires et événements :

I. Expériences aléatoires et événements :

Définitions :

I. Expériences aléatoires et événements :

Définitions :

- On appelle issue d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.

I. Expériences aléatoires et événements :

Définitions :

- On appelle issue d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.
- L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de cette expérience aléatoire.

I. Expériences aléatoires et événements :

Définitions :

- On appelle issue d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.
- L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de cette expérience aléatoire.
On le note en général Ω

I. Expériences aléatoires et événements :

Définitions :

- On appelle issue d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.
- L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de cette expérience aléatoire.
On le note en général Ω (omega).

I. Expériences aléatoires et événements :

Définitions :

- On appelle issue d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.
- L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de cette expérience aléatoire.
On le note en général Ω (omega).

Exemples :

I. Expériences aléatoires et événements :

Définitions :

- On appelle issue d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.
- L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de cette expérience aléatoire.
On le note en général Ω (omega).

Exemples :

1. Lancer d'un dé :

I. Expériences aléatoires et événements :

Définitions :

- On appelle issue d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.
- L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de cette expérience aléatoire.
On le note en général Ω (omega).

Exemples :

1. Lancer d'un dé :

On lance un dé (cubique) (équilibré) et on s'intéresse au nombre obtenu sur sa face supérieure.

I. Expériences aléatoires et événements :

Définitions :

- On appelle issue d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.
- L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de cette expérience aléatoire.
On le note en général Ω (omega).

Exemples :

1. Lancer d'un dé :

On lance un dé (cubique) (équilibré) et on s'intéresse au nombre obtenu sur sa face supérieure.

On a ? issues possibles,

I. Expériences aléatoires et événements :

Définitions :

- On appelle issue d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.
- L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de cette expérience aléatoire.
On le note en général Ω (omega).

Exemples :

1. Lancer d'un dé :

On lance un dé (cubique) (équilibré) et on s'intéresse au nombre obtenu sur sa face supérieure.

On a 6 issues possibles,

I. Expériences aléatoires et événements :

Définitions :

- On appelle issue d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.
- L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de cette expérience aléatoire.
On le note en général Ω (omega).

Exemples :

1. Lancer d'un dé :

On lance un dé (cubique) (équilibré) et on s'intéresse au nombre obtenu sur sa face supérieure.

On a 6 issues possibles, $\Omega = \{?\}$.

I. Expériences aléatoires et événements :

Définitions :

- On appelle issue d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.
- L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de cette expérience aléatoire.
On le note en général Ω (omega).

Exemples :

1. Lancer d'un dé :

On lance un dé (cubique) (équilibré) et on s'intéresse au nombre obtenu sur sa face supérieure.

On a 6 issues possibles, $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

2. Le jeu de 32 cartes :

2. Le jeu de 32 cartes :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

2. Le jeu de 32 cartes :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

On a 32 issues possibles,

2. Le jeu de 32 cartes :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

On a 32 issues possibles, $\Omega = \{7\heartsuit, 7\diamondsuit, 7\clubsuit, 7\spadesuit, 8\heartsuit, \dots, A\spadesuit\}$.

2. Le jeu de 32 cartes :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

On a 32 issues possibles, $\Omega = \{7\heartsuit, 7\diamondsuit, 7\clubsuit, 7\spadesuit, 8\heartsuit, \dots, A\spadesuit\}$.

3. Lancer répété d'une pièce de monnaie :

2. Le jeu de 32 cartes :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

On a 32 issues possibles, $\Omega = \{7\heartsuit, 7\diamondsuit, 7\clubsuit, 7\spadesuit, 8\heartsuit, \dots, A\spadesuit\}$.

3. Lancer répété d'une pièce de monnaie :

On effectue deux lancers successifs d'une pièce de monnaie et on s'intéresse à chaque lancer à la face visible.

2. Le jeu de 32 cartes :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

On a 32 issues possibles, $\Omega = \{7\heartsuit, 7\diamondsuit, 7\clubsuit, 7\spadesuit, 8\heartsuit, \dots, A\spadesuit\}$.

3. Lancer répété d'une pièce de monnaie :

On effectue deux lancers successifs d'une pièce de monnaie et on s'intéresse à chaque lancer à la face visible.

$$\Omega = \{(P, P), (P, F), (F, P), (F, F)\}.$$

Définition :

Définition :

On considère une expérience aléatoire.

Définition :

On considère une expérience aléatoire.

On appelle événement (de l'expérience aléatoire) tout sous-ensemble de l'univers Ω de cette expérience aléatoire.

Définition :

On considère une expérience aléatoire.

On appelle événement (de l'expérience aléatoire) tout sous-ensemble de l'univers Ω de cette expérience aléatoire.

Exemples :

Définition :

On considère une expérience aléatoire.

On appelle événement (de l'expérience aléatoire) tout sous-ensemble de l'univers Ω de cette expérience aléatoire.

Exemples :

1. Lancer d'un dé :

Définition :

On considère une expérience aléatoire.

On appelle événement (de l'expérience aléatoire) tout sous-ensemble de l'univers Ω de cette expérience aléatoire.

Exemples :

1. Lancer d'un dé : L'événement $\{2, 4, 6\}$ correspond au fait d'obtenir un chiffre pair.

Définition :

On considère une expérience aléatoire.

On appelle événement (de l'expérience aléatoire) tout sous-ensemble de l'univers Ω de cette expérience aléatoire.

Exemples :

1. Lancer d'un dé : L'événement $\{2, 4, 6\}$ correspond au fait d'obtenir un chiffre pair.
2. Tirage d'une carte :

Définition :

On considère une expérience aléatoire.

On appelle événement (de l'expérience aléatoire) tout sous-ensemble de l'univers Ω de cette expérience aléatoire.

Exemples :

1. Lancer d'un dé : L'événement $\{2, 4, 6\}$ correspond au fait d'obtenir un chiffre pair.
2. Tirage d'une carte : L'événement $\{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\}$ correspond au fait d'obtenir un roi.

Définition :

On considère une expérience aléatoire.

On appelle événement (de l'expérience aléatoire) tout sous-ensemble de l'univers Ω de cette expérience aléatoire.

Exemples :

1. Lancer d'un dé : L'événement $\{2, 4, 6\}$ correspond au fait d'obtenir un chiffre pair.
2. Tirage d'une carte : L'événement $\{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\}$ correspond au fait d'obtenir un roi.
3. Pièce de monnaie :

Définition :

On considère une expérience aléatoire.

On appelle événement (de l'expérience aléatoire) tout sous-ensemble de l'univers Ω de cette expérience aléatoire.

Exemples :

1. Lancer d'un dé : L'événement $\{2, 4, 6\}$ correspond au fait d'obtenir un chiffre pair.
2. Tirage d'une carte : L'événement $\{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\}$ correspond au fait d'obtenir un roi.
3. Pièce de monnaie : L'événement $\{(F, P), (P, F)\}$ correspond par exemple

Définition :

On considère une expérience aléatoire.

On appelle événement (de l'expérience aléatoire) tout sous-ensemble de l'univers Ω de cette expérience aléatoire.

Exemples :

1. Lancer d'un dé : L'événement $\{2, 4, 6\}$ correspond au fait d'obtenir un chiffre pair.
2. Tirage d'une carte : L'événement $\{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\}$ correspond au fait d'obtenir un roi.
3. Pièce de monnaie : L'événement $\{(F, P), (P, F)\}$ correspond par exemple au fait d'obtenir une seule fois pile (ou une seule fois face).

Définition :

Définition :

On appelle événement élémentaire un événement qui ne contient qu'une seule issue.

Définition :

On appelle événement élémentaire un événement qui ne contient qu'une seule issue.

Exemples :

Définition :

On appelle événement élémentaire un événement qui ne contient qu'une seule issue.

Exemples :

1. Lancer d'un dé :

Définition :

On appelle événement élémentaire un événement qui ne contient qu'une seule issue.

Exemples :

1. Lancer d'un dé : $\{4\}$ est un événement élémentaire.

Définition :

On appelle événement élémentaire un événement qui ne contient qu'une seule issue.

Exemples :

1. Lancer d'un dé : $\{4\}$ est un événement élémentaire.
2. Tirage d'une carte :

Définition :

On appelle événement élémentaire un événement qui ne contient qu'une seule issue.

Exemples :

1. Lancer d'un dé : $\{4\}$ est un événement élémentaire.
2. Tirage d'une carte : $\{D\heartsuit\}$ est un événement élémentaire.

Définition :

On appelle événement élémentaire un événement qui ne contient qu'une seule issue.

Exemples :

1. Lancer d'un dé : $\{4\}$ est un événement élémentaire.
2. Tirage d'une carte : $\{D\heartsuit\}$ est un événement élémentaire.
3. Pièce de monnaie :

Définition :

On appelle événement élémentaire un événement qui ne contient qu'une seule issue.

Exemples :

1. Lancer d'un dé : $\{4\}$ est un événement élémentaire.
2. Tirage d'une carte : $\{D\heartsuit\}$ est un événement élémentaire.
3. Pièce de monnaie : $\{(P, P)\}$ est un événement élémentaire.

II. Probabilité d'un événement :

II. Probabilité d'un événement :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.

II. Probabilité d'un événement :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.
On attribue à chacun des événements élémentaires x_i un réel p_i appartenant à $[0, 1]$ qui est par définition sa probabilité,

II. Probabilité d'un événement :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.
On attribue à chacun des événements élémentaires x_i un réel p_i appartenant à $[0, 1]$ qui est par définition sa probabilité, ces réels vérifiant $p_1 + \dots + p_n = 1$.

II. Probabilité d'un événement :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.
On attribue à chacun des événements élémentaires x_i un réel p_i appartenant à $[0, 1]$ qui est par définition sa probabilité, ces réels vérifiant $p_1 + \dots + p_n = 1$.

Exemples :

II. Probabilité d'un événement :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.
On attribue à chacun des événements élémentaires x_i un réel p_i appartenant à $[0, 1]$ qui est par définition sa probabilité, ces réels vérifiant $p_1 + \dots + p_n = 1$.

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré :

II. Probabilité d'un événement :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.
On attribue à chacun des événements élémentaires x_i un réel p_i appartenant à $[0, 1]$ qui est par définition sa probabilité, ces réels vérifiant $p_1 + \dots + p_n = 1$.

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré :

1	2	3	4	5	6
?	?	?	?	?	?

II. Probabilité d'un événement :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.
On attribue à chacun des événements élémentaires $\{x_i\}$ un réel p_i appartenant à $[0, 1]$ qui est par définition sa probabilité, ces réels vérifiant $p_1 + \dots + p_n = 1$.

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré :

1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

II. Probabilité d'un événement :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.
On attribue à chacun des événements élémentaires $\{x_i\}$ un réel p_i appartenant à $[0, 1]$ qui est par définition sa probabilité, ces réels vérifiant $p_1 + \dots + p_n = 1$.

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré :

1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

2. Lancer d'un dé truqué :

1	2	3	4	5	6
?	?	?	?	?	?

Définition : [Probabilité d'un événement]

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré :

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré : $A = \{1, 6\}$,

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré : $A = \{1, 6\}$,

$P(A) =$

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré : $A = \{1, 6\}$,

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

2. Lancer d'un dé truqué :

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré : $A = \{1, 6\}$,

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

2. Lancer d'un dé truqué : $A = \{2, 3\}$,

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré : $A = \{1, 6\}$,

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

2. Lancer d'un dé truqué : $A = \{2, 3\}$, $P(A) = ?$

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré : $A = \{1, 6\}$,

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

2. Lancer d'un dé truqué : $A = \{2, 3\}$, $P(A) = ?$

Propriétés :

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré : $A = \{1, 6\}$,

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

2. Lancer d'un dé truqué : $A = \{2, 3\}$, $P(A) = ?$

Propriétés :

1. $P(\Omega) =$

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré : $A = \{1, 6\}$,

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

2. Lancer d'un dé truqué : $A = \{2, 3\}$, $P(A) = ?$

Propriétés :

1. $P(\Omega) = 1$.

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré : $A = \{1, 6\}$,

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

2. Lancer d'un dé truqué : $A = \{2, 3\}$, $P(A) = ?$

Propriétés :

1. $P(\Omega) = 1$.

2. $P(\emptyset) =$

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré : $A = \{1, 6\}$,

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

2. Lancer d'un dé truqué : $A = \{2, 3\}$, $P(A) = ?$

Propriétés :

1. $P(\Omega) = 1$.

2. $P(\emptyset) = 0$.

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré : $A = \{1, 6\}$,

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

2. Lancer d'un dé truqué : $A = \{2, 3\}$, $P(A) = ?$

Propriétés :

1. $P(\Omega) = 1$.

2. $P(\emptyset) = 0$.

3. Pour tout événement A , $0 \leq P(A) \leq 1$.

Définition : [Probabilité d'un événement]

La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires inclus dans A .

Exemples :

1. Lancer d'un dé équilibré : $A = \{1, 6\}$,

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

2. Lancer d'un dé truqué : $A = \{2, 3\}$, $P(A) = ?$

Propriétés :

1. $P(\Omega) = 1$.

2. $P(\emptyset) = 0$.

3. Pour tout événement A , $0 \leq P(A) \leq 1$.

1 Les services météo ont établi leurs prévisions pour le temps d'une journée d'hiver. Ils estiment que pour le lendemain, le temps prévu est donné par le tableau ci-dessous.

Temps prévu	Neige	Pluie ou verglas	Nuages	Soleil
Probabilité	0,5	0,3	0,15	0,05

Quelle est la probabilité que le lendemain :

1. il n'y ait pas de soleil ?
2. les conditions soient mauvaises pour la circulation (neige, pluie ou verglas) ?

2 Lors d'un jeu télévisé, le participant doit faire tourner deux roues composées chacune de trois secteurs colorés. Une issue est un couple.

Par exemple : le couple $(N1; V2)$ correspond à l'événement : « La première roue est arrêtée sur le secteur noir et la deuxième sur le secteur vert ».

Les probabilités que les roues s'immobilisent sur un secteur sont données par le tableau suivant :

		1 ^{re} roue		
		Vert	Bleu	Noir
2 ^e roue	Vert	0,1	0,15	0,3
	Bleu	0,04	0,2	0,1
	Jaune	0,02	0,03	0,06

1. Vérifiez que la somme des probabilités des événements élémentaires est égale à 1.

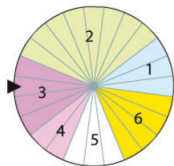
2. Calculez la probabilité des événements :

a) A : « La première roue est sur le secteur bleu et la deuxième roue est sur le secteur jaune » ;

b) B : « La première roue est sur le secteur noir ».

3 Une roue est partagée en 24 secteurs identiques regroupés en six zones de couleurs différentes. L'expérience aléatoire consiste à faire tourner la roue et à noter le numéro de la zone sur laquelle elle s'arrête. On suppose que la probabilité que la roue s'arrête sur une zone est donnée par la formule :

$$p(\text{zone}) = \frac{\text{aire de la zone}}{\text{aire du disque}}.$$



1. Complétez le tableau suivant :

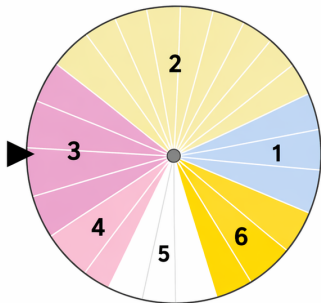
Zone	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{3}{24}$					

2. Calculez la probabilité des événements suivants :

- a) A : « Le numéro du secteur est impair » ;
- b) B : « Le numéro du secteur est un multiple de 3 » ;
- c) C : « Le numéro du secteur est inférieur ou égal à 4 ».

Correction

Une roue est partagée en 24 secteurs identiques.



La probabilité d'une zone est proportionnelle à son aire, donc au nombre de secteurs.

1. Tableau complété

Zone	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{3}{24}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{4}{24}$	$\frac{2}{24}$	$\frac{3}{24}$	$\frac{4}{24}$

2. Calcul des événements

- A : numéro impair = {1, 3, 5}
$$P(A) = \frac{3}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{12}$$
- B : multiple de 3 = {3, 6}
$$P(B) = \frac{4}{24} + \frac{4}{24} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$
- C : numéro inférieur ou égal à 4 = {1, 2, 3, 4}
$$P(C) = \frac{3}{24} + \frac{8}{24} + \frac{4}{24} + \frac{2}{24} = \frac{17}{24}$$

Réponses : $P(A) = \frac{5}{12}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(C) = \frac{17}{24}$

Equiprobabilité :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.

Equiprobabilité :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.

Définition :

Equiprobabilité :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.

Définition :

On dit que les n événements élémentaires de cette expérience aléatoire sont équiprobables si ils ont tous la même probabilité (qui est alors égal à

Equiprobabilité :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.

Définition :

On dit que les n événements élémentaires de cette expérience aléatoire sont équiprobables si ils ont tous la même probabilité (qui est alors égal à $\frac{1}{n}$).

Equiprobabilité :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.

Définition :

On dit que les n événements élémentaires de cette expérience aléatoire sont équiprobables si ils ont tous la même probabilité (qui est alors égal à $\frac{1}{n}$).

On dit alors que l'on est dans une situation d'équiprobabilité.

Equiprobabilité :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.

Définition :

On dit que les n événements élémentaires de cette expérience aléatoire sont équiprobables si ils ont tous la même probabilité (qui est alors égal à $\frac{1}{n}$).

On dit alors que l'on est dans une situation d'équiprobabilité.

Théorème :

Equiprobabilité :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.

Définition :

On dit que les n événements élémentaires de cette expérience aléatoire sont équiprobables si ils ont tous la même probabilité (qui est alors égal à $\frac{1}{n}$).

On dit alors que l'on est dans une situation d'équiprobabilité.

Théorème :

Dans une situation d'équiprobabilité, pour tout événement A , on a

Equiprobabilité :

On considère une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$.

Définition :

On dit que les n événements élémentaires de cette expérience aléatoire sont équiprobables si ils ont tous la même probabilité (qui est alors égal à $\frac{1}{n}$).

On dit alors que l'on est dans une situation d'équiprobabilité.

Théorème :

Dans une situation d'équiprobabilité, pour tout événement A , on a

$$P(A) = \frac{\text{Nombre d'issues de } A}{\text{Nombre total d'issues}}$$

Exemple :

Exemple :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

Exemple :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.
L'événement A correspondant à "obtenir un roi" est

Exemple :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

L'événement A correspondant à "obtenir un roi" est

$$A = \{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\}$$

Exemple :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

L'événement A correspondant à "obtenir un roi" est

$A = \{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\}$ qui contient 4 issues.

Exemple :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

L'événement A correspondant à "obtenir un roi" est

$A = \{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\}$ qui contient 4 issues.

On a donc $P(A) =$

Exemple :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

L'événement A correspondant à "obtenir un roi" est

$A = \{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\}$ qui contient 4 issues.

On a donc $\mathbf{P}(A) = \frac{4}{32} (= \frac{1}{8})$.

4 On tire une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes.

Calculez la probabilité des événements suivants :

A : « La carte est un as » ;

B : « La carte est un carreau » ;

C : « La carte est une figure rouge » ;

D : « La carte n'est pas une figure ».

5 Un lecteur MP3 est équipé d'une fonction aléatoire : le morceau de musique lu est déterminé au hasard. On enregistre dans un lecteur MP3 des morceaux de musique dont les durées sont :

3'02 ; 4'27 ; 2'58 ; 4'06 ; 3'15 ; 5'30 ; 3'40 ; 2'59 ; 3'.

On active la fonction aléatoire. Calculez la probabilité des événements suivants :

A : « Le morceau lu est le plus court » ;

B : « Le morceau lu a une durée au moins égale à 3 minutes » ;

C : « Le morceau dure moins de 3 minutes ».

Correction

On tire une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes.



Dans un jeu de 52 cartes :
4 as, 13 carreaux,
6 figures rouges, 12 figures.

1. Calcul des probabilités

- **A : la carte est un as**

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

- **B : la carte est un carreau**

$$P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

- **C : la carte est une figure rouge**

(Valet, Dame ou Roi de cœur ou de carreau : 6 cartes)

$$P(C) = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$$

- **D : la carte n'est pas une figure**

(52-12=40 cartes)

$$P(D) = \frac{40}{52} = \frac{10}{13}$$

Réponses : $P(A) = \frac{1}{13}$; $P(B) = \frac{1}{4}$; $P(C) = \frac{3}{26}$; $P(D) = \frac{10}{13}$

5 Un lecteur MP3 est équipé d'une fonction aléatoire : le morceau de musique lu est déterminé au hasard.

On enregistre dans un lecteur MP3 des morceaux de musique dont les durées sont :

3'02 ; 4'27 ; 2'58 ; 4'06 ; 3'15 ; 5'30 ; 3'40 ; 2'59 ; 3'.

On active la fonction aléatoire. Calculez la probabilité des événements suivants :

A : « Le morceau lu est le plus court » ;

B : « Le morceau lu a une durée au moins égale à 3 minutes » ;

C : « Le morceau dure moins de 3 minutes ».



1. Tableau récapitulatif des durées

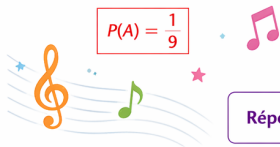
Durée (min:s)	3'02	4'27	2'58	4'06	3'15	5'30	3'40	2'59	3'00
Durée en secondes	182	267	178	246	195	330	220	179	180
Rang (du plus court au plus long)	2	8	1	7	4	9	6	3	5

A : « Le morceau lu est le plus court »

Le morceau le plus court est 2'58.

Il y a 1 morceau sur 9.

$$P(A) = \frac{1}{9}$$



B : « Le morceau lu a une durée au moins égale à 3 minutes »

Durées ≥ 3 min : 3'02 ; 4'27 ; 4'06 ; 3'15 ; 5'30 ; 3'40 ; 3'00.

Il y a 7 morceaux sur 9.

$$P(B) = \frac{7}{9}$$

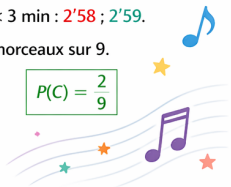
Réponses : $P(A) = \frac{1}{9}$; $P(B) = \frac{7}{9}$; $P(C) = \frac{2}{9}$

C : « Le morceau dure moins de 3 minutes »

Durées < 3 min : 2'58 ; 2'59.

Il y a 2 morceaux sur 9.








$$P(C) = \frac{2}{9}$$



7 La bataille navale

Sur la grille sont disposés six bateaux : trois porte-avions qui couvrent chacun deux cases et trois croiseurs qui couvrent chacun une case.

Pour un tir, l'adversaire choisit une case au hasard.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A								
B								
C								
D								
E								
F								
G								
H								

1. Calculez la probabilité des événements :

A : « L'adversaire touche un bateau » ;

B : « L'adversaire touche un porte-avions » ;

C : « L'adversaire ne touche aucun bateau ».

2. L'adversaire décide de tirer uniquement dans les cases des colonnes 2 et 5. Quelle est la probabilité qu'il touche un bateau ?



CORRECTION – LA BATAILLE NAVALE



Rappel de la situation

Sur la grille sont disposés six bateaux :

- trois porte-avions qui couvrent chacun deux cases,
- trois croiseurs qui couvrent chacun une case.

Pour un tir, l'adversaire choisit une case au hasard.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A								
B								
C								
D								
E								
F								
G								
H								



= porte-avions (2 cases)



= croiseur (1 case)

1 Probabilités des événements

- **A : « L'adversaire touche un bateau »**

Il y a 6 bateaux au total :

3 porte-avions de 2 cases $\rightarrow 3 \times 2 = 6$ cases } Soit 9 cases occupées par des bateaux.
 3 croiseurs de 1 case $\rightarrow 3 \times 1 = 3$ cases

$$P(A) = \frac{9}{64}$$

$$\approx 0,1406$$

- **B : « L'adversaire touche un porte-avions »**

Il y a 3 porte-avions de 2 cases $\rightarrow 3 \times 2 = 6$ cases.

$$P(B) = \frac{6}{64} = \frac{3}{32}$$

$$\approx 0,0938$$

- **C : « L'adversaire ne touche aucun bateau »**

Il y a 64 cases au total
 et 9 sont occupées par des bateaux.
 Donc $64 - 9 = 55$ cases sans bateau.

$$P(C) = \frac{55}{64}$$

$$\approx 0,8594$$

2 Tir uniquement dans les colonnes 2 et 5

Les colonnes 2 et 5 contiennent 8 cases au total (8 lignes \times 2 colonnes).
 Parmi elles, les bateaux occupent les cases : B2, C2 et F5 \rightarrow 3 cases.

Nombre de cas favorables : 3
 Nombre de cas possibles : 8

$$P = \frac{3}{8}$$

$$= 0,375$$



RÉCAPITULATIF

$$1. A : P(A) = \frac{9}{64} \quad | \quad B : P(B) = \frac{6}{64} = \frac{3}{32} \quad | \quad C : P(C) = \frac{55}{64} \quad | \quad 2. P = \frac{3}{8}$$



8 Un club de vacances comprend cent touristes. Un sondage donne les résultats suivants.

	Homme	Femme
Pratique un sport	48	12
Ne pratique pas de sport	16	24

On choisit un touriste au hasard.

1. Quelle est la probabilité que ce soit :

- un homme ?
- une femme ?
- qu'il pratique un sport ?
- un homme qui pratique un sport ?

2. Le touriste choisi est un homme.

Quelle est la probabilité qu'il pratique un sport ?





9 Dans un repère $(O ; I, J)$, on choisit au hasard un point à coordonnées entières comprises entre 0 et 3. Quelle est la probabilité que ce point appartienne à la droite d'équation $y = -x + 3$?

- 8** Un club de vacances comprend cent touristes.
Un sondage donne les résultats suivants.

	Homme	Femme
Pratique un sport	48	12
Ne pratique pas de sport	16	24

On choisit un touriste au hasard.

1. Quelle est la probabilité que ce soit :

- un homme ? $\frac{64}{100} = \frac{16}{25}$ 
- une femme ? $\frac{36}{100} = \frac{9}{25}$ 
- qu'il pratique un sport ? $\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$ 
- un homme qui pratique un sport ? $\frac{48}{100} = \frac{12}{25}$ 



Rappel : La probabilité d'un événement = $\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$

Ici, le nombre total de cas possibles est 100.

CORRECTION



- 1** Total : 100 touristes.
- Hommes : $48 + 16 = 64$
Donc la probabilité qu'un touriste choisi au hasard soit un homme est $\frac{64}{100} = \frac{16}{25}$.
 - Femmes : $12 + 24 = 36$
Donc la probabilité qu'un touriste choisi au hasard soit une femme est $\frac{36}{100} = \frac{9}{25}$.
 - Sport : $48 + 12 = 60$
Donc la probabilité qu'un touriste choisi au hasard pratique un sport est $\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$.
 - Hommes qui pratiquent un sport : 48
Donc la probabilité qu'un touriste choisi au hasard soit un homme qui pratique un sport est $\frac{48}{100} = \frac{12}{25}$.

- 2** 1. Le touriste choisi est un homme.
Parmi les hommes, il y a $48 + 16 = 64$ touristes.
Parmi eux, 48 pratiquent un sport.

Donc la probabilité qu'il pratique un sport est

$$\frac{48}{64} = \frac{3}{4}$$

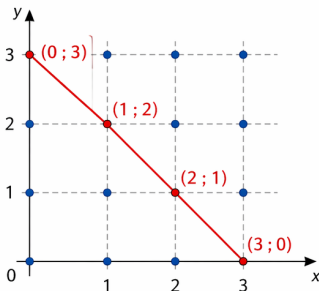


- 9 Dans un repère (O ; I, J), on choisit au hasard un point à coordonnées entières comprises entre 0 et 3. Quelle est la probabilité que ce point appartienne à la droite d'équation $y = -x + 3$?

1. Les points possibles

Les coordonnées entières comprises entre 0 et 3 sont :
0 ; 1 ; 2 ; 3.

Il y a donc $(3 + 1) \times (3 + 1) = 16$ points possibles dans le carré $[0 ; 3] \times [0 ; 3]$.



$$y = -x + 3$$

Les points de la droite dans le carré sont :
(0 ; 3), (1 ; 2), (2 ; 1), (3 ; 0).

Il y a 4 points sur cette droite.

2. Calcul de la probabilité

Il y a 16 points possibles au total et 4 points appartiennent à la droite $y = -x + 3$.

Donc la probabilité cherchée est :

$$P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Réponse : 0,25

La probabilité que le point choisi appartienne à la droite $y = -x + 3$ est $\frac{1}{4}$ ou 0,25.

III. Opérations sur les événements :

III. Opérations sur les événements :

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

III. Opérations sur les événements :

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Définition :

III. Opérations sur les événements :

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Définition :

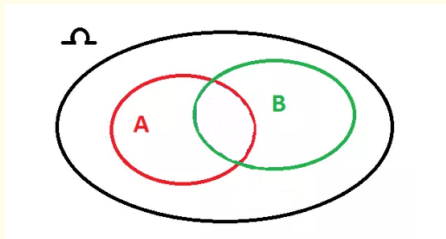
L'événement A et B est l'événement, noté $A \cap B$, dont les issues appartiennent à la fois à A et à B .

III. Opérations sur les événements :

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Définition :

L'événement A et B est l'événement, noté $A \cap B$, dont les issues appartiennent à la fois à A et à B .

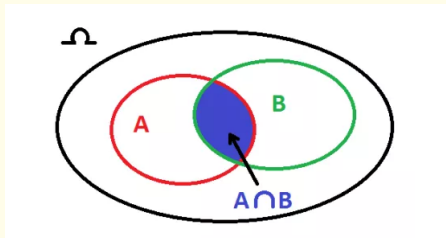


III. Opérations sur les événements :

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Définition :

L'événement A et B est l'événement, noté $A \cap B$, dont les issues appartiennent à la fois à A et à B .



Exemple : Lancer d'un dé

Exemple : Lancer d'un dé

$$A = \{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\},$$

Exemple : Lancer d'un dé

$$A = \{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\}, B = \{7\diamondsuit, 8\diamondsuit, 9\diamondsuit, \dots, A\diamondsuit\},$$

$$A \cap B =$$

Exemple : Lancer d'un dé

$$A = \{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\}, B = \{7\diamondsuit, 8\diamondsuit, 9\diamondsuit, \dots, A\diamondsuit\},$$

$$A \cap B = \{R\diamondsuit\}.$$

Exemple : Lancer d'un dé

$$A = \{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\}, B = \{7\diamondsuit, 8\diamondsuit, 9\diamondsuit, \dots, A\diamondsuit\},$$
$$A \cap B = \{R\diamondsuit\}.$$

Définition :

Exemple : Lancer d'un dé

$$A = \{R\heartsuit, R\diamondsuit, R\clubsuit, R\spadesuit\}, B = \{7\diamondsuit, 8\diamondsuit, 9\diamondsuit, \dots, A\diamondsuit\},$$

$$A \cap B = \{R\diamondsuit\}.$$

Définition :

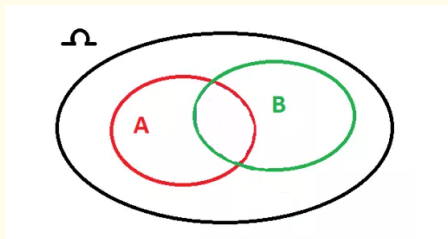
Deux événements A et B sont dits incompatibles si $A \cap B = \emptyset$.

Définition :

L'événement A ou B est l'événement, noté $A \cup B$, dont les issues appartiennent soit à A , soit à B .

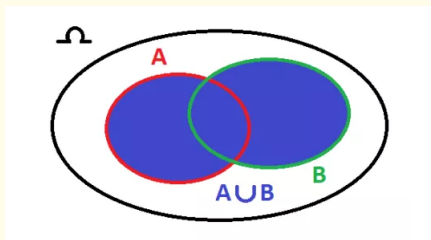
Définition :

L'événement A ou B est l'événement, noté $A \cup B$, dont les issues appartiennent soit à A , soit à B .



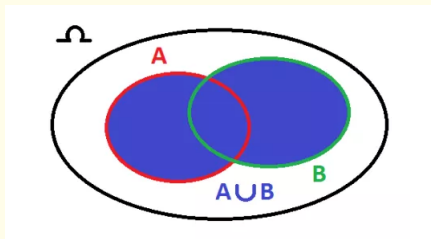
Définition :

L'événement A ou B est l'événement, noté $A \cup B$, dont les issues appartiennent soit à A , soit à B .



Définition :

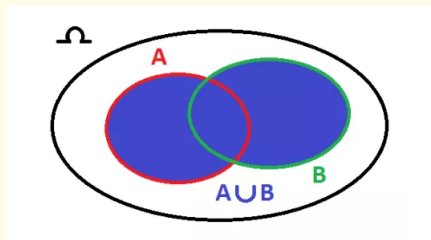
L'événement A ou B est l'événement, noté $A \cup B$, dont les issues appartiennent soit à A , soit à B .



Exemple : Lancer d'un dé

Définition :

L'événement A ou B est l'événement, noté $A \cup B$, dont les issues appartiennent soit à A , soit à B .

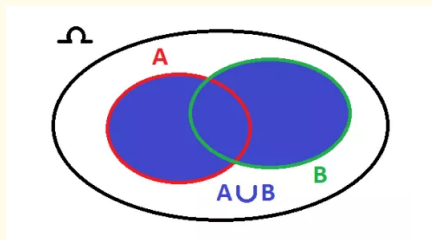


Exemple : Lancer d'un dé

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, A \cup B =$$

Définition :

L'événement A ou B est l'événement, noté $A \cup B$, dont les issues appartiennent soit à A , soit à B .



Exemple : Lancer d'un dé

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, A \cup B = \{1, 2, 3\}.$$

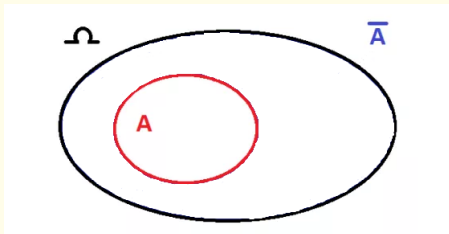
Définition :

Définition :

L'événement contraire de A , noté \bar{A} est l'événement comprenant les issues de Ω n'appartenant pas à A .

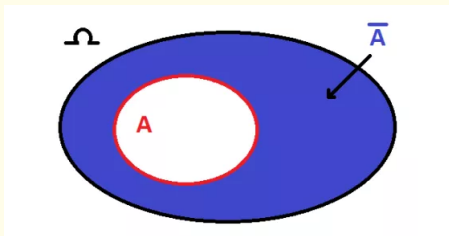
Définition :

L'événement contraire de A , noté \bar{A} est l'événement comprenant les issues de Ω n'appartenant pas à A .



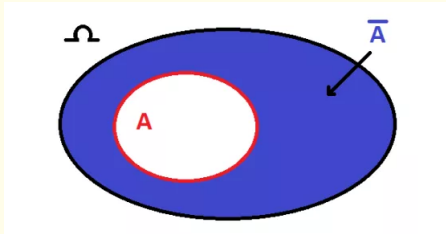
Définition :

L'événement contraire de A , noté \bar{A} est l'événement comprenant les issues de Ω n'appartenant pas à A .



Définition :

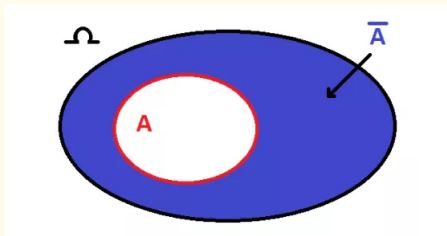
L'événement contraire de A , noté \bar{A} est l'événement comprenant les issues de Ω n'appartenant pas à A .



Exemple : Lancer d'un dé

Définition :

L'événement contraire de A , noté \bar{A} est l'événement comprenant les issues de Ω n'appartenant pas à A .

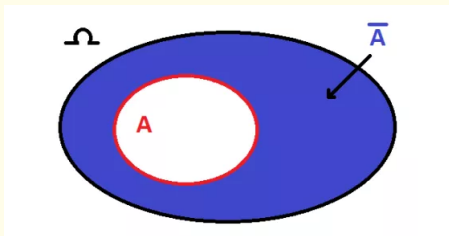


Exemple : Lancer d'un dé

$$A = \{2, 4, 6\}, \bar{A} =$$

Définition :

L'événement contraire de A , noté \bar{A} est l'événement comprenant les issues de Ω n'appartenant pas à A .

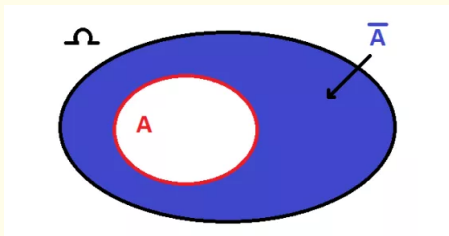


Exemple : Lancer d'un dé

$$A = \{2, 4, 6\}, \bar{A} = \{1, 3, 5\}.$$

Définition :

L'événement contraire de A , noté \bar{A} est l'événement comprenant les issues de Ω n'appartenant pas à A .



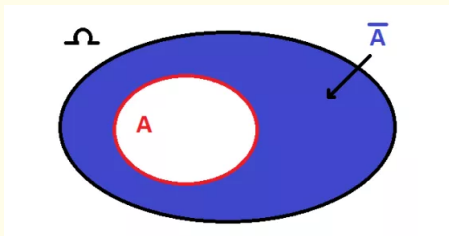
Exemple : Lancer d'un dé

$A = \{2, 4, 6\}$, $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$.

Remarque :

Définition :

L'événement contraire de A , noté \bar{A} est l'événement comprenant les issues de Ω n'appartenant pas à A .



Exemple : Lancer d'un dé

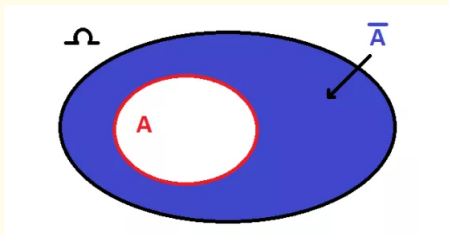
$$A = \{2, 4, 6\}, \bar{A} = \{1, 3, 5\}.$$

Remarque :

Pour tout événement A , $A \cap \bar{A} =$

Définition :

L'événement contraire de A , noté \bar{A} est l'événement comprenant les issues de Ω n'appartenant pas à A .



Exemple : Lancer d'un dé

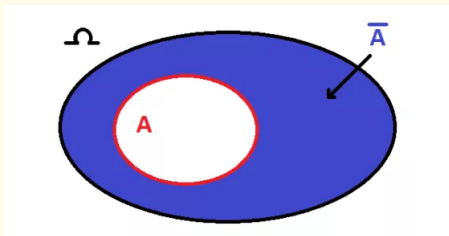
$$A = \{2, 4, 6\}, \bar{A} = \{1, 3, 5\}.$$

Remarque :

Pour tout événement A , $A \cap \bar{A} = \emptyset$ et $A \cup \bar{A} = \Omega$

Définition :

L'événement contraire de A , noté \bar{A} est l'événement comprenant les issues de Ω n'appartenant pas à A .



Exemple : Lancer d'un dé

$$A = \{2, 4, 6\}, \bar{A} = \{1, 3, 5\}.$$

Remarque :

Pour tout événement A , $A \cap \bar{A} = \emptyset$ et $A \cup \bar{A} = \Omega$.

17 On tire au hasard une carte dans un jeu de 32. On considère les événements :

A : « La carte est une figure » ;

B : « La carte est de couleur noire ».

1. Calculez la probabilité de A, puis de B.

2. Énoncez les événements :

$$A \cap B \text{ et } A \cup B,$$

puis calculez leur probabilité.



18 Une urne contient sept jetons : trois jetons noirs, numérotés de 1 à 3, que l'on note N1, N2 et N3, et quatre jetons rouges, numérotés de 1 à 4, que l'on note R1, R2, R3 et R4. On prend au hasard un jeton dans l'urne.

Calculez la probabilité des événements :

1. A : « Le jeton est noir » ;

B : « Le jeton porte un numéro impair ».

2. Calculez la probabilité des événements $A \cap B$ et $A \cup B$.

17 On tire au hasard une carte dans un jeu de 32.

On considère les événements :

A : « La carte est une figure » ;

B : « La carte est de couleur noire ».

1. Calculez la probabilité de A, puis de B.

2. Énoncez les événements :

$$A \cap B \text{ et } A \cup B,$$

puis calculez leur probabilité.



1 Calcul des probabilités de A et de B

- Événement A : « La carte est une figure »

Les figures sont le Valet, la Dame et le Roi.

Il y a donc 3 valeurs de figures.

Chaque valeur existe dans les 4 couleurs.

Nombre de cartes figures : $3 \times 4 = 12$

$$P(A) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$$

- Événement B : « La carte est de couleur noire »

Les couleurs noires sont le Pique (♠) et le Trèfle (♣).

Chaque couleur contient 16 cartes.

Nombre de cartes noires : $2 \times 16 = 32$

$$P(B) = \frac{32}{32} = 1$$

2 Énonce des événements et calcul de leurs probabilités

- $A \cap B$: « La carte est une figure et de couleur noire »

Les figures noires sont : le Valet de Pique, la Dame de Pique,

le Roi de Pique, le Valet de Trèfle, la Dame de Trèfle,

le Roi de Trèfle.

Nombre de cartes : 6

$$P(A \cap B) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$$

- $A \cup B$: « La carte est une figure ou de couleur noire (ou les deux) »

On utilise la formule : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{8} + 1 - \frac{3}{16} = \frac{6}{16} + \frac{16}{16} - \frac{3}{16} = \frac{19}{16}$$

$$P(A \cup B) = \frac{19}{16}$$



Récapitulatif :

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

$$P(B) = 1$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{16}$$

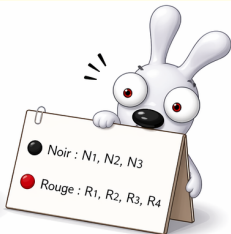
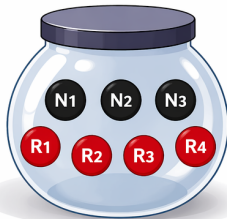
$$P(A \cup B) = \frac{19}{16}$$



18 Une urne contient sept jetons : trois jetons noirs, numérotés de 1 à 3, que l'on note N1, N2 et N3, et quatre jetons rouges, numérotés de 1 à 4, que l'on note R1, R2, R3 et R4.

On prend au hasard un jeton dans l'urne.
Calculez la probabilité des événements :

1. A : « Le jeton est noir » ;
B : « Le jeton porte un numéro impair ».
2. Calculez la probabilité des événements $A \cap B$ et $A \cup B$.



1 Calcul des probabilités de A et de B

- Événement A : « Le jeton est noir »
Il y a 3 jetons noirs (N1, N2, N3) sur 7 jetons au total.

N1 N2 N3 $P(A) = \frac{3}{7}$

- Événement B : « Le jeton porte un numéro impair »
Les numéros impairs sont 1 et 3.
Jetons concernés : N1, N3, R1, R3 → 4 jetons.

N1 N3 R1 R3 $P(B) = \frac{4}{7}$

2 Calcul de $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$

- $A \cap B$: « Le jeton est noir et porte un numéro impair »
Jetons à la fois noirs et numérotés d'un impair : N1 et N3 → 2 jetons.

N1 N3 $P(A \cap B) = \frac{2}{7}$

- $A \cup B$: « Le jeton est noir ou porte un numéro impair (ou les deux) »
Jetons noirs : N1, N2, N3 (3 jetons)
Jetons impairs : N1, N3, R1, R3 (4 jetons)
En tout (sans compter deux fois ceux communs) : N1, N2, N3, R1, R3 → 5 jetons.

N1 N2 N3 R1 R3 $P(A \cup B) = \frac{5}{7}$



Récapitulatif :

$$P(A) = \frac{3}{7}$$

$$P(B) = \frac{4}{7}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{7}$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{7}$$

24 On lance un dé parfait et on note le numéro apparu sur la face supérieure.

1. Calculez la probabilité des événements :

A : « Obtenir le numéro 6 » ;

B : « Obtenir un numéro pair » ;

C : « Obtenir un numéro strictement inférieur à 4 ».

2. a) Énoncez les événements :

● $B \cap C$

● $A \cap B$

● $A \cap C$

b) Calculez la probabilité de chacun d'eux.

24 On lance un dé parfait et on note le numéro apparu sur la face supérieure.

1. Calculez la probabilité des événements :

A : « Obtenir le numéro 6 » ;

B : « Obtenir un numéro pair » ;

C : « Obtenir un numéro strictement inférieur à 4 ».

2. a) Énoncez les événements :

• $B \cap C$ • $A \cap B$ • $A \cap C$

b) Calculez la probabilité de chacun d'eux.



1 Probabilités des événements A, B et C

• A : « Obtenir le numéro 6 »

Issue favorable : {6} → 1 issue sur 6.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

• B : « Obtenir un numéro pair »

Issues favorables : {2, 4, 6} → 3 issues sur 6.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

• C : « Obtenir un numéro strictement inférieur à 4 »

Issues favorables : {1, 2, 3} → 3 issues sur 6.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

$$P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2 a) Énoncé des événements

• $B \cap C$: « Obtenir un numéro pair et strictement inférieur à 4 ».

• $A \cap B$: « Obtenir le numéro 6 et un numéro pair ».

• $A \cap C$: « Obtenir le numéro 6 et strictement inférieur à 4 ».

b) Probabilité de chacun des événements

• $B \cap C$: issues favorables = {2} → 1 issue sur 6.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

$$P(B \cap C) = \frac{1}{6}$$

• $A \cap B$: issues favorables = {6} → 1 issue sur 6.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

• $A \cap C$: issues favorables = \emptyset → 0 issue sur 6.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

$$P(A \cap C) = 0$$



Récapitulatif

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(C) = \frac{1}{2}$$

$$P(B \cap C) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap C) = 0$$

Probabilités

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Théorème :

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Théorème :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Théorème :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

En particulier, si A et B sont incompatibles,

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Théorème :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

En particulier, si A et B sont incompatibles,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Théorème :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

En particulier, si A et B sont incompatibles,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Corollaire :

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Théorème :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

En particulier, si A et B sont incompatibles,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Corollaire :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A);$$

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Théorème :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

En particulier, si A et B sont incompatibles,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Corollaire :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A); \quad P(A) = 1 - P(\bar{A}).$$

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Théorème :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

En particulier, si A et B sont incompatibles,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Corollaire :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A); \quad P(A) = 1 - P(\bar{A}).$$

Démonstration :

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Théorème :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

En particulier, si A et B sont incompatibles,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Corollaire :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A); \quad P(A) = 1 - P(\bar{A}).$$

Démonstration :

D'après le théorème précédent appliqué aux événements A et \bar{A} ,

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Théorème :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

En particulier, si A et B sont incompatibles,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Corollaire :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A); \quad P(A) = 1 - P(\bar{A}).$$

Démonstration :

D'après le théorème précédent appliqué aux événements A et \bar{A} ,

$$P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A}) - P(A \cap \bar{A}),$$

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Théorème :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

En particulier, si A et B sont incompatibles,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Corollaire :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A); \quad P(A) = 1 - P(\bar{A}).$$

Démonstration :

D'après le théorème précédent appliqué aux événements A et \bar{A} ,

$$P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A}) - P(A \cap \bar{A}),$$

$$P(\Omega) = P(A) + P(\bar{A}) - P(\emptyset).$$

Soient A et B deux événements d'une même expérience aléatoire d'univers Ω .

Théorème :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

En particulier, si A et B sont incompatibles,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Corollaire :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A); \quad P(A) = 1 - P(\bar{A}).$$

Démonstration :

D'après le théorème précédent appliqué aux événements A et \bar{A} ,

$$P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A}) - P(A \cap \bar{A}),$$

$$\underbrace{P(\Omega)}_{=1} = P(A) + P(\bar{A}) - \underbrace{P(\emptyset)}_{=0}.$$

19 Deux événements E et F sont tels que :

$$p(E) = 0,35; \quad p(\bar{F}) = 0,4 \quad \text{et} \quad p(E \cap F) = 0,1.$$

Calculez la probabilité de l'événement F, puis celle de l'événement $E \cup F$.

20 Deux événements E et F sont tels que :

$$p(E) = 0,34; \quad p(E \cup F) = 0,65 \quad \text{et} \quad p(E \cap F) = 0,23.$$

Calculez la probabilité de l'événement F.

21 A et B sont deux événements tels que :

$$p(\bar{A}) = 0,44; \quad p(\bar{B}) = 0,63 \quad \text{et} \quad p(A \cup B) = 0,68.$$

Calculez $p(A \cap B)$.

22 A et B sont deux événements incompatibles tels que $p(A) = 0,5$ et $p(B) = 0,24$.

Calculez $p(\overline{A \cup B})$.

19 Deux événements E et F sont tels que :

$$p(E) = 0,35 ; p(\bar{F}) = 0,4 \text{ et } p(E \cap F) = 0,1.$$

Calculez la probabilité de l'événement F, puis celle de l'événement $E \cup F$.

● Probabilité de F :

$$p(F) = 1 - p(\bar{F}) = 1 - 0,4 = 0,6$$

● Probabilité de $E \cup F$:

$$\begin{aligned} p(E \cup F) &= p(E) + p(F) - p(E \cap F) \\ &= 0,35 + 0,6 - 0,1 = \mathbf{0,85} \end{aligned}$$

21 A et B sont deux événements tels que :

$$p(\bar{A}) = 0,44 ; p(\bar{B}) = 0,63 \text{ et } p(A \cup B) = 0,68.$$

Calculez $p(A \cap B)$.

● On calcule d'abord $p(A)$ et $p(B)$:

$$p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - 0,44 = \mathbf{0,56}$$

$$p(B) = 1 - p(\bar{B}) = 1 - 0,63 = \mathbf{0,37}$$

● Puis on utilise : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$$\begin{aligned} 0,68 &= 0,56 + 0,37 - p(A \cap B) \\ p(A \cap B) &= 0,56 + 0,37 - 0,68 = \mathbf{0,25} \end{aligned}$$

20 Deux événements E et F sont tels que :

$$p(E) = 0,34 ; p(E \cup F) = 0,65 \text{ et } p(E \cap F) = 0,23.$$

Calculez la probabilité de l'événement F.

● On utilise : $p(E \cup F) = p(E) + p(F) - p(E \cap F)$

$$0,65 = 0,34 + p(F) - 0,23$$

$$p(F) = 0,65 - 0,34 + 0,23 = \mathbf{0,54}$$

22 A et B sont deux événements incompatibles tels que

$$p(A) = 0,5 \text{ et } p(B) = 0,24.$$

Calculez $p(A \cup B)$.

● Événements incompatibles $\Rightarrow p(A \cap B) = 0$

On utilise : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$$p(A \cup B) = 0,5 + 0,24 - 0$$

$$p(A \cup B) = \mathbf{0,74}$$



Récapitulatif :

19 $p(F) = 0,6$
 $p(E \cup F) = \mathbf{0,85}$

20 $p(F) = 0,54$

21 $p(A \cap B) = 0,25$

22 $p(A \cup B) = 0,74$

25 À la sortie d'un spectacle, on demande à une personne adulte choisie au hasard si elle a aimé ou non le spectacle. On considère les événements suivants :

F : « La personne est une femme » ;

O : « La personne répond oui ».

1. Énoncez par des phrases les événements suivants :

$$F \cap O, \bar{F}, \overline{F \cup O} \text{ et } \overline{F \cap O}.$$

2. On donne :

$$p(F) = 0,65 ; p(O) = 0,9 \text{ et } p(F \cup O) = 0,94.$$

Calculez les probabilités des événements précédents.

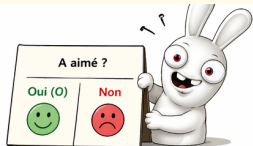
25 À la sortie d'un spectacle, on demande à une personne adulte choisie au hasard si elle a aimé ou non le spectacle.

On considère les événements suivants :

F : « La personne est une femme » ;

O : « La personne répond oui ».

F : femme
O : répond oui



1. Énoncez par des phrases les événements suivants :

- $F \cap O$: La personne est une femme et répond oui.
- \bar{F} : La personne n'est pas une femme (c'est un homme).
- $\overline{F \cup O}$: La personne n'est ni une femme ni répond oui. (C'est un homme qui répond non.)
- $\overline{F \cap O}$: La personne n'est pas à la fois une femme et qui répond oui. (Ce n'est pas une femme qui répond oui.)

2. On donne : $p(F) = 0,65$; $p(O) = 0,9$ et $p(F \cup O) = 0,94$.
Calculez les probabilités des événements précédents.

• $p(F \cap O)$
On utilise : $p(F \cup O) = p(F) + p(O) - p(F \cap O)$
donc $p(F \cap O) = p(F) + p(O) - p(F \cup O)$
 $= 0,65 + 0,9 - 0,94$

$p(F \cap O) = 0,61$

• $p(\overline{F \cup O})$
 $p(\overline{F \cup O}) = 1 - p(F \cup O) = 1 - 0,94$

$p(\overline{F \cup O}) = 0,06$

• $p(\bar{F})$
 $p(\bar{F}) = 1 - p(F) = 1 - 0,65$

$p(\bar{F}) = 0,35$

• $p(\overline{F \cap O})$
 $p(\overline{F \cap O}) = 1 - p(F \cap O) = 1 - 0,61$

$p(\overline{F \cap O}) = 0,39$



Récapitulatif :

$F \cap O$:
 $p(F \cap O) = 0,61$

\bar{F} :
 $p(\bar{F}) = 0,35$

$\overline{F \cup O}$:
 $p(\overline{F \cup O}) = 0,06$

$\overline{F \cap O}$:
 $p(\overline{F \cap O}) = 0,39$

IV. Répétition d'expériences identiques - Arbres

IV. Répétition d'expériences identiques - Arbres

Exemple :

IV. Répétition d'expériences identiques - Arbres

Exemple :

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie.

IV. Répétition d'expériences identiques - Arbres

Exemple :

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie.

On note le résultat sous la forme suivante :

IV. Répétition d'expériences identiques - Arbres

Exemple :

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie.

On note le résultat sous la forme suivante : FPF signifie que l'on a obtenu face au premier lancer, pile au second et face au troisième.

IV. Répétition d'expériences identiques - Arbres

Exemple :

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie.

On note le résultat sous la forme suivante : FPF signifie que l'on a obtenu face au premier lancer, pile au second et face au troisième.

Problème :

IV. Répétition d'expériences identiques - Arbres

Exemple :

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie.

On note le résultat sous la forme suivante : FPF signifie que l'on a obtenu face au premier lancer, pile au second et face au troisième.

Problème :

Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois pile ?

IV. Répétition d'expériences identiques - Arbres

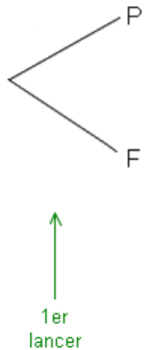
Exemple :

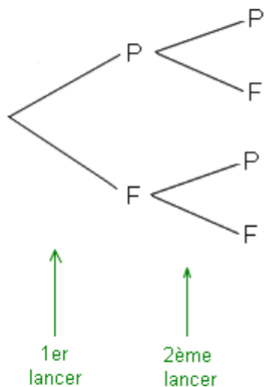
On lance trois fois de suite une pièce de monnaie.

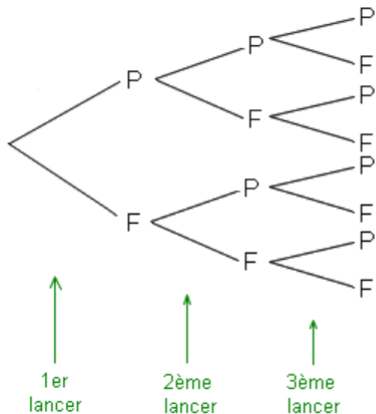
On note le résultat sous la forme suivante : FPF signifie que l'on a obtenu face au premier lancer, pile au second et face au troisième.

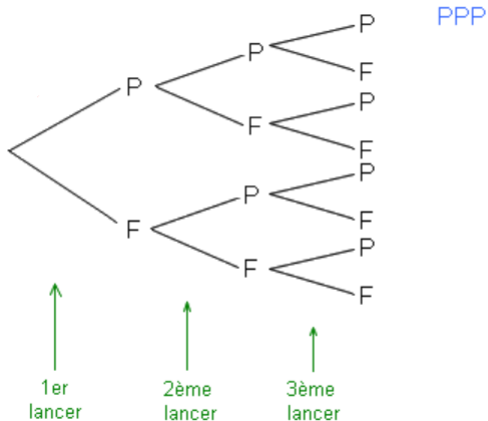
Problème :

Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois pile ?

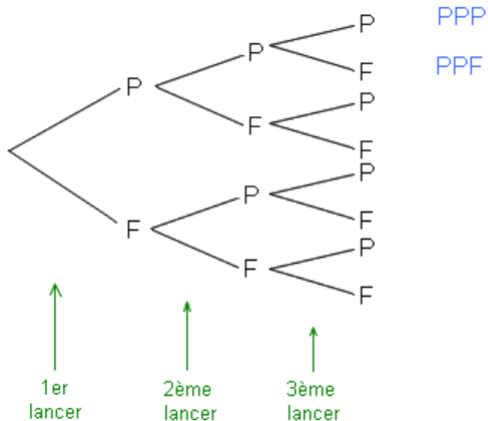




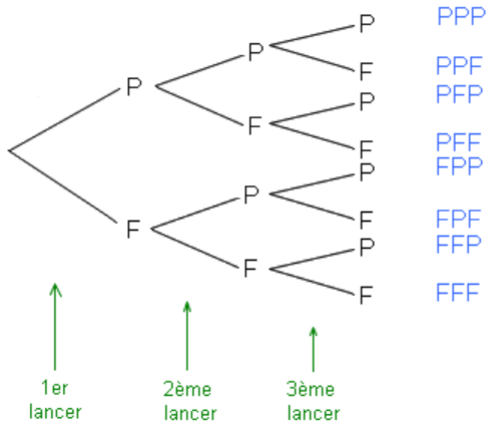


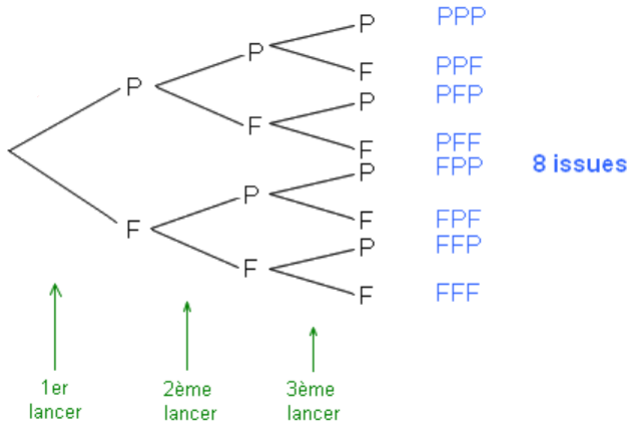


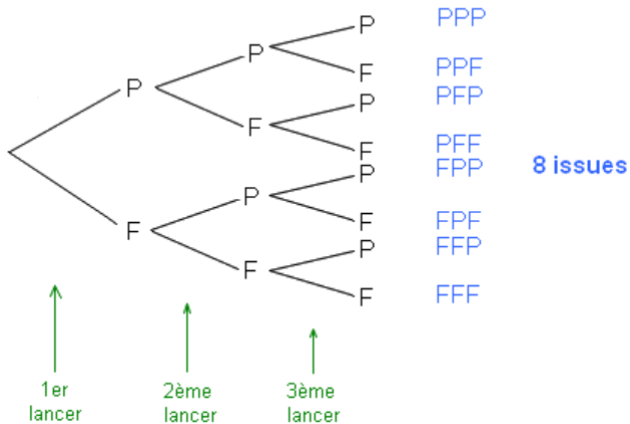
Probabilités



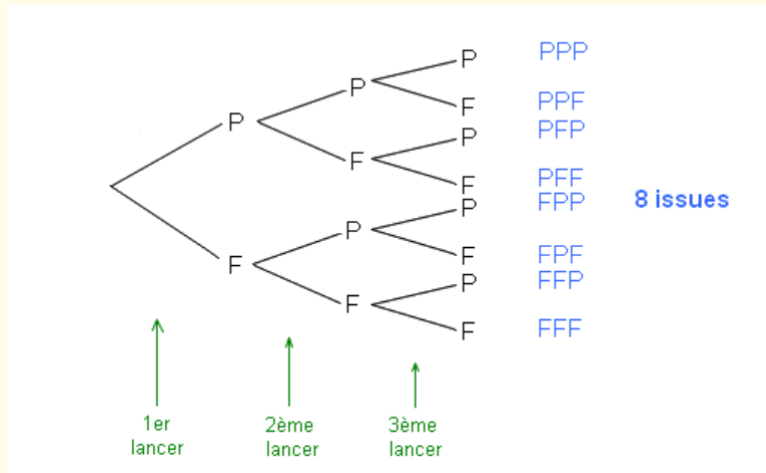
Probabilités



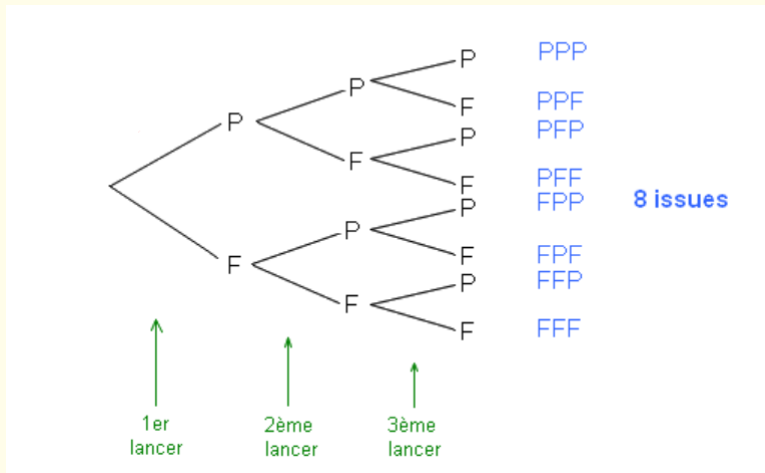




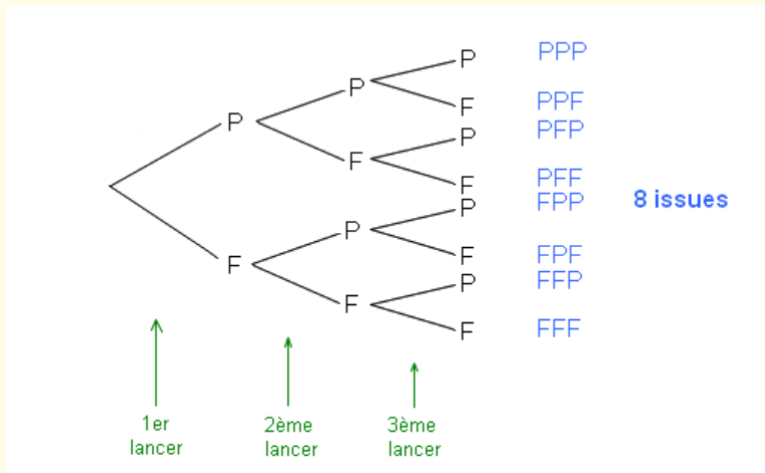
Cette expérience a 8 issues.



Cette expérience a 8 issues. Les issues favorables sont PPF, PFP et FPP.



Cette expérience a 8 issues. Les issues favorables sont PPF, PFP et FPP. La probabilité d'obtenir deux fois pile est donc égale à



Cette expérience a 8 issues. Les issues favorables sont PPF, PFP et FPP. La probabilité d'obtenir deux fois pile est donc égale à $\frac{3}{8}$.

10 Une urne contient deux jetons verts numérotés 1 et 2, que l'on note V_1 et V_2 , et deux jetons rouges numérotés 1 et 2, que l'on note R_1 et R_2 .

On tire au hasard un jeton dans l'urne, puis on le remet et on en tire un deuxième.

Une issue est donc un couple, par exemple $(V_1 ; R_1)$ que l'on note plus simplement V_1R_1 . Ainsi, l'issue V_1R_1 est différente de l'issue R_1V_1 .

1. Donnez, à l'aide d'un arbre, le nombre total d'issues.

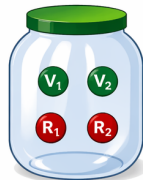
2. Calculez la probabilité des événements :

A : « Le jeton V_1 a été tiré » ;

B : « Lors du tirage, le numéro «2» est apparu exactement une fois » ;

C : « Les deux jetons tirés sont de couleurs différentes ».

10 Une urne contient deux jetons verts numérotés 1 et 2, que l'on note V_1 et V_2 , et deux jetons rouges numérotés 1 et 2, que l'on note R_1 et R_2 .
On tire au hasard un jeton dans l'urne, puis on le remet et on en tire un deuxième.
Une issue est donc un couple, par exemple $(V_1 ; R_1)$ que l'on note plus simplement $V_1 R_1$.
Ainsi, l'issue $V_1 R_1$ est différente de l'issue $R_1 V_1$.



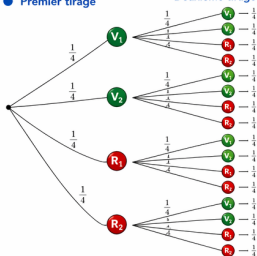
1. Donnez, à l'aide d'un arbre, le nombre total d'issues.
2. Calculez la probabilité des événements :
 A : « Le jeton V_1 a été tiré » ;
 B : « Lors du tirage, le numéro « 2 » est apparu exactement une fois » ;
 C : « Les deux jetons tirés sont de couleurs différentes ».

1 Arbre des tirages et nombre total d'issues

● Premier tirage

Deuxième tirage

Issues possibles



- $V_1 V_1$
- $V_1 V_2$
- $V_1 R_1$
- $V_1 R_2$
- $V_2 V_1$
- $V_2 V_2$
- $V_2 R_1$
- $V_2 R_2$
- $R_1 V_1$
- $R_1 V_2$
- $R_1 R_1$
- $R_1 R_2$
- $R_2 V_1$
- $R_2 V_2$
- $R_2 R_1$
- $R_2 R_2$

Total :
 $4 \times 4 = 16$
issues

2 Probabilités des événements

- A : « Le jeton V_1 a été tiré »

V_1 apparaît au moins une fois (au 1^{er} tirage ou au 2^e tirage ou aux deux).
Issues favorables : $V_1 V_1, V_1 V_2, V_1 R_1, V_1 R_2, V_2 V_1, R_1 V_1, R_2 V_1 \rightarrow 7$ issues.

$$P(A) = \frac{7}{16}$$

- B : « Lors du tirage, le numéro « 2 » est apparu exactement une fois »

Le numéro 2 est présent une fois et une seule.
Issues favorables : $V_1 V_2, V_1 R_2, V_2 V_1, R_1 R_2 \rightarrow 4$ issues.

$$P(B) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

- C : « Les deux jetons tirés sont de couleurs différentes »

Une couleur verte et une couleur rouge (dans n'importe quel ordre).
Issues favorables : $V_1 R_1, V_1 R_2, V_2 R_1, V_2 R_2, R_1 V_1, R_1 V_2, R_2 V_1, R_2 V_2 \rightarrow 8$ issues.

$$P(C) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$



Récapitulatif :

Nombre total d'issues :
16

$$P(A) = \frac{7}{16}$$

$$P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(C) = \frac{1}{2}$$

11 Au lycée, Léa doit choisir un code (à trois lettres) pour fermer son casier.

Elle décide d'utiliser les trois lettres de son prénom, sans répétition.

1. Utilisez un arbre pour donner le nombre total de codes.
2. Parmi ces codes, Léa en choisit un au hasard. Quelle est la probabilité que le code choisi soit « LEA » ?



- 11** Au lycée, Léa doit choisir un code (à trois lettres) pour fermer son casier.

Elle décide d'utiliser les trois lettres de son prénom, sans répétition.

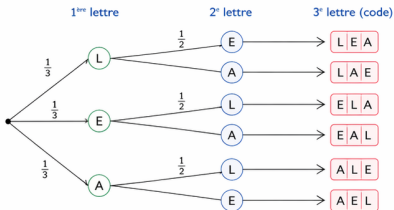
1. Utilisez un arbre pour donner le nombre total de codes.
2. Parmi ces codes, Léa en choisit un au hasard.
Quelle est la probabilité que le code choisi soit « LEA » ?



1 Arbre des choix et nombre total de codes

Léa utilise les trois lettres de son prénom : L, E, A, sans répétition.

Arbre des choix :



Nombre total de codes : $3 \times 2 \times 1 = 6$
Il y a donc 6 codes possibles.

2 Probabilité que le code choisi soit « LEA »

Tous les codes sont équiprobables.

Il y a 6 codes possibles et un seul est « LEA ».

Issue favorable : LEA \rightarrow 1 issue sur 6.

$$P(\text{code} = \text{« LEA »}) = \frac{1}{6}$$

Codes possibles :

L E A

L A E

E L A

E A L

A L E

A E L



Récapitulatif :

Nombre total de codes :
6

$$P(\text{code} = \text{« LEA »}) = \frac{1}{6}$$

14 Une urne contient cinq boules numérotées de 1 à 5. On tire une boule au hasard, on note son numéro, puis on la remet dans l'urne.

Puis on tire à nouveau une boule au hasard et on note son numéro. On obtient alors un nombre entier à deux chiffres.

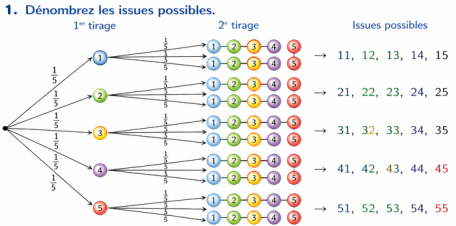
- 1.** Dénombrez les issues possibles.
- 2.** Quelle est la probabilité d'obtenir le même chiffre lors des deux tirages successifs ?
- 3.** Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ? Et celle d'obtenir un multiple de 9 ?

14 Une urne contient cinq boules numérotées de 1 à 5. On tire une boule au hasard, on note son numéro, puis on la remet dans l'urne. Puis on tire à nouveau une boule au hasard et on note son numéro. On obtient alors un nombre entier à deux chiffres.



- Dénombrer les issues possibles.
- Quelle est la probabilité d'obtenir le même chiffre lors des deux tirages successifs ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ? Et celle d'obtenir un multiple de 9 ?

Méthode 1 : Arbre



Il y a donc $5 \times 5 = 25$ issues possibles.

- Probabilité d'obtenir le même chiffre lors des deux tirages successifs.
Issues favorables : 11, 22, 33, 44, 55 → 5 issues favorables.
 $P(\text{même chiffre}) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0,2$
- Probabilité d'obtenir un multiple de 3 ? Et un multiple de 9 ?
 - Multiples de 3 : 12, 15, 21, 24, 30, 33, 42, 45, 51, 54 → 10 issues favorables.
 $P(\text{multiple de 3}) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0,4$
 - Multiples de 9 : 18, 27, 36, 45, 54 → 5 issues favorables.
 $P(\text{multiple de 9}) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0,2$

Méthode 2 : Tableau

1. Dénombrer les issues possibles.

		2 ^e tirage				
		1	2	3	4	5
1 ^{er} tirage	1	11	12	13	14	15
	2	21	22	23	24	25
	3	31	32	33	34	36
	4	41	42	43	44	45
	5	51	52	53	54	55

Il y a donc $5 \times 5 = 25$ issues possibles.

- Probabilité d'obtenir le même chiffre lors des deux tirages successifs.
Sur la diagonale : 11, 22, 33, 44, 55 → 5 issues favorables.
 $P(\text{même chiffre}) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0,2$
- Probabilité d'obtenir un multiple de 3 ? Et un multiple de 9 ?
 - Multiples de 3 (cases colorées) : 12, 15, 21, 24, 30, 33, 42, 45, 51, 54 → 10 issues favorables.
 $P(\text{multiple de 3}) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0,4$
 - Multiples de 9 (cases encadrées en rouge) : 18, 27, 36, 45, 54 → 5 issues favorables.
 $P(\text{multiple de 9}) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0,2$

Récapitulatif des résultats

Nombre total d'issues : 25

$P(\text{même chiffre}) = \frac{1}{5} = 0,2$

$P(\text{multiple de 3}) = \frac{2}{5} = 0,4$

$P(\text{multiple de 9}) = \frac{1}{5} = 0,2$

43 Le code secret d'une porte est constitué d'une lettre de l'alphabet, choisie parmi les 26 lettres, suivie de trois chiffres, chacun étant choisi parmi les chiffres 0 à 9.

E	2	2	2
---	---	---	---

A	1	0	9
---	---	---	---

S	0	0	7
---	---	---	---

Antoine tape un code au hasard. Est-il vrai qu'il a moins d'une chance sur 18 000 d'obtenir le bon code ?

- 43** Le code secret d'une porte est constitué d'une lettre de l'alphabet, choisie parmi les 26 lettres, suivie de trois chiffres, chacun étant choisi parmi les chiffres 0 à 9.

E 2 2 2

A 1 0 9

S 0 0 7

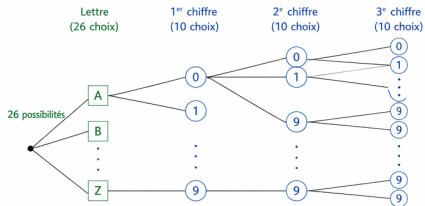
Antoine tape un code au hasard.

Est-il vrai qu'il a moins d'une chance sur 18 000 d'obtenir le bon code ?

1 Nombre total de codes possibles

Le code est formé de **1 lettre** puis de **3 chiffres** (chaque chiffre de 0 à 9).

● Arbre des choix :



Nombre total de codes : $26 \times 10 \times 10 \times 10 = 26\,000$

2 Probabilité d'obtenir le bon code

Tous les codes sont équiprobables.

Il n'y a qu'un seul bon code parmi tous les codes possibles.

$$P(\text{bon code}) = \frac{1}{26\,000} \approx 0,000\,03846$$

$$\text{Or } \frac{1}{18\,000} \approx 0,000\,05556$$

Comme $0,000\,03846 < 0,000\,05556$,

$$\text{on a } \frac{1}{26\,000} < \frac{1}{18\,000}.$$



Récapitulatif :

Nombre total de codes :
26 000

Probabilité d'obtenir le bon code :

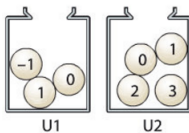
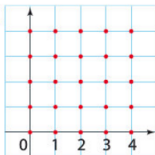
$$\frac{1}{26\,000} \approx 0,000\,03846$$

Conclusion :

Antoine a moins d'une chance sur 18 000 d'obtenir le bon code.

Réponse : OUI

41



Dans le repère orthonormé on a placé 25 points à coordonnées entières.

L'urne U_1 contient trois jetons numérotés -1 ; 0 ; 1 et l'urne U_2 quatre jetons numérotés 0 , 1 , 2 et 3 .

On tire au hasard un jeton de U_1 noté a puis un jeton de U_2 noté b .

Au couple $(a; b)$ on associe la droite Δ d'équation $y = ax + b$.

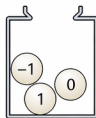
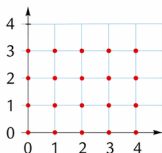
Quelle est la probabilité pour que la droite passe au moins par trois points du quadrillage ?

41 Dans le repère orthonormé on a placé 25 points à coordonnées entières.

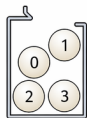
L'urne U_1 contient trois jetons numérotés -1 ; 0 ; 1 et l'urne U_2 quatre jetons numérotés 0 , 1 , 2 et 3 . On tire au hasard un jeton de U_1 noté a puis un jeton de U_2 noté b .

Au couple $(a ; b)$ on associe la droite Δ d'équation $y = ax + b$.

Quelle est la probabilité pour que la droite passe au moins par trois points du quadrillage ?



U_1



U_2

1 Dénombrement des issues possibles $(a ; b)$

a est tiré dans U_1 : $a \in \{-1 ; 0 ; 1\}$ (3 possibilités)

b est tiré dans U_2 : $b \in \{0 ; 1 ; 2 ; 3\}$ (4 possibilités)

Il y a donc $3 \times 4 = 12$ issues équiprobables.

		b (jeton tiré dans U_2)			
		0	1	2	3
a (jeton tiré dans U_1)	-1	$(-1 ; 0)$	$(-1 ; 1)$	$(-1 ; 2)$	$(-1 ; 3)$
	0	$(0 ; 0)$	$(0 ; 1)$	$(0 ; 2)$	$(0 ; 3)$
	1	$(1 ; 0)$	$(1 ; 1)$	$(1 ; 2)$	$(1 ; 3)$

Chaque couple $(a ; b)$ correspond à une droite $y = ax + b$.

2 Probabilité recherchée

La droite $y = ax + b$ passe par au moins trois points du quadrillage uniquement dans les cas suivants.

- $a = 0 \rightarrow y = b$: droite horizontale

Elle passe par les 5 points $(0 ; b)$, $(1 ; b)$, $(2 ; b)$, $(3 ; b)$, $(4 ; b)$.

→ Cas favorables : $(0 ; 0)$, $(0 ; 1)$, $(0 ; 2)$, $(0 ; 3)$ → 4 cas

- $a = 1 \rightarrow y = x + b$

Elle passe par les 5 points $(0 ; b)$, $(1 ; b + 1)$, $(2 ; b + 2)$, $(3 ; b + 3)$, $(4 ; b + 4)$.

Pour que ces points soient dans le quadrillage $(0 \leq x \leq 4$ et $0 \leq y \leq 4)$:

il faut $0 \leq b \leq 0$ donc $b = 0$.

→ Cas favorable : $(1 ; 0)$ → 1 cas

- $a = -1 \rightarrow y = -x + b$

Elle passe par les 5 points $(0 ; b)$, $(1 ; b - 1)$, $(2 ; b - 2)$, $(3 ; b - 3)$, $(4 ; b - 4)$.

Pour que ces points soient dans le quadrillage :

il faut $4 \geq b \geq 0$.

→ Cas favorables : $(-1 ; 0)$, $(-1 ; 1)$, $(-1 ; 2)$, $(-1 ; 3)$, $(-1 ; 4)$ → 5 cas

Nombre total de cas favorables : $4 + 1 + 5 = 10$



Récapitulatif

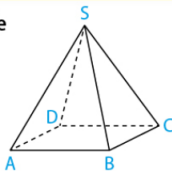
Nombre total d'issues :
12

Nombre d'issues favorables :
10

Probabilité recherchée :
 $P = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \approx 0,833$

123 Un escargot sur une pyramide

Un escargot se déplace sur les arêtes d'une pyramide représentée ci-dessous. À chaque étape, il emprunte au hasard une arête pour changer de sommet.



L'escargot part du sommet A. On regarde la position de l'escargot après trois étapes.

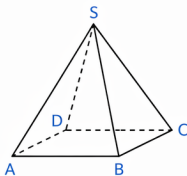
1. À l'aide d'un arbre, déterminer tous les trajets possibles de l'escargot.
2. Quelle est la probabilité que l'escargot se retrouve en A ?
3. Quelle est la probabilité que l'escargot se retrouve en D ?
4. Quelle est la probabilité que l'escargot se retrouve en C ?
5. Quelle est la probabilité que l'escargot se retrouve en S ?
6. L'escargot se retrouve en S, quelle est la probabilité qu'il soit passé par C ?

123 Un escargot sur une pyramide



Un escargot se déplace sur les arêtes d'une pyramide représentée ci-dessous. À chaque étape, il emprunte au hasard une arête pour changer de sommet.
L'escargot part du sommet A. On regarde la position de l'escargot après trois étapes.

1. À l'aide d'un arbre, déterminer tous les trajets possibles de l'escargot.
2. Quelle est la probabilité que l'escargot se retrouve en A ?
3. Quelle est la probabilité que l'escargot se retrouve en D ?
4. Quelle est la probabilité que l'escargot se retrouve en C ?
5. Quelle est la probabilité que l'escargot se retrouve en S ?
6. L'escargot se retrouve en S, quelle est la probabilité qu'il soit passé par C ?



Arêtes de la pyramide :

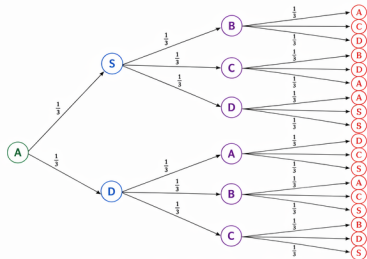
- SA, SB, SC
- AD, BD, CD
- AB, BC, AC

Rappels :

- Il y a 6 arêtes issues de chaque sommet.
- À chaque étape, l'escargot choisit uniformément une arête parmi celles qui sont incidentes au sommet actuel.

1 Arbre des trajets possibles (3 étapes)

Départ 1^{re} étape 2^e étape 3^e étape (positions finales)



Il y a donc $3 \times 3 \times 3 = 27$ trajets possibles, tous équiprobables.

Chaque trajet a une probabilité de $\frac{1}{27}$.

2 Probabilité d'être en A

Les trajets finissant en A :

$A \rightarrow S \rightarrow B \rightarrow A$ et $A \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow A$

Il y a 2 trajets favorables.

$$P(A) = \frac{2}{27}$$

3 Probabilité d'être en D

Les trajets finissant en D :

$A \rightarrow S \rightarrow B \rightarrow D$; $A \rightarrow S \rightarrow C \rightarrow D$;

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ et $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$

Il y a 4 trajets favorables.

$$P(D) = \frac{4}{27}$$

4 Probabilité d'être en C

Les trajets finissant en C :

$A \rightarrow S \rightarrow C \rightarrow B$; $A \rightarrow S \rightarrow D \rightarrow C$;

$A \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C$; $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C$;

$A \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow C$ et $A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C$

Il y a 6 trajets favorables.

$$P(C) = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$$

5 Probabilité d'être en S

Les trajets finissant en S :

$A \rightarrow S \rightarrow B \rightarrow S$; $A \rightarrow S \rightarrow C \rightarrow S$;

$A \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow S$ et $A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow S$

Il y a 4 trajets favorables.

$$P(S) = \frac{4}{27}$$

6 Probabilité d'avoir passé par C sachant l'escargot en S

Parmi les 4 trajets finissant en S, ceux qui passent par C sont :

$A \rightarrow S \rightarrow C \rightarrow S$ et $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow S$

Il y en a 2 sur 4.

$$P(\text{passer par } C \mid S) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



Récapitulatif :

Nombre total de trajets :
27

$$P(A) = \frac{2}{27}$$

$$P(D) = \frac{4}{27}$$

$$P(C) = \frac{2}{9}$$

$$P(S) = \frac{4}{27}$$

$$P(\text{passer par } C \mid S) = \frac{1}{2}$$